

# L'informatique, c'est pas l'automatique

Lionel Vaux

Institut de Mathématiques de Luminy, Université d'Aix-Marseille, France

Forum des mathématiques de Marseille

4-5 avril 2013

Un ordinateur c'est...

Un ordinateur c'est...



domaine public, tiré de Wikimedia Commons

Un ordinateur c'est...



© Kristian Thy, CC-BY-2.0, tiré de Wikimedia Commons

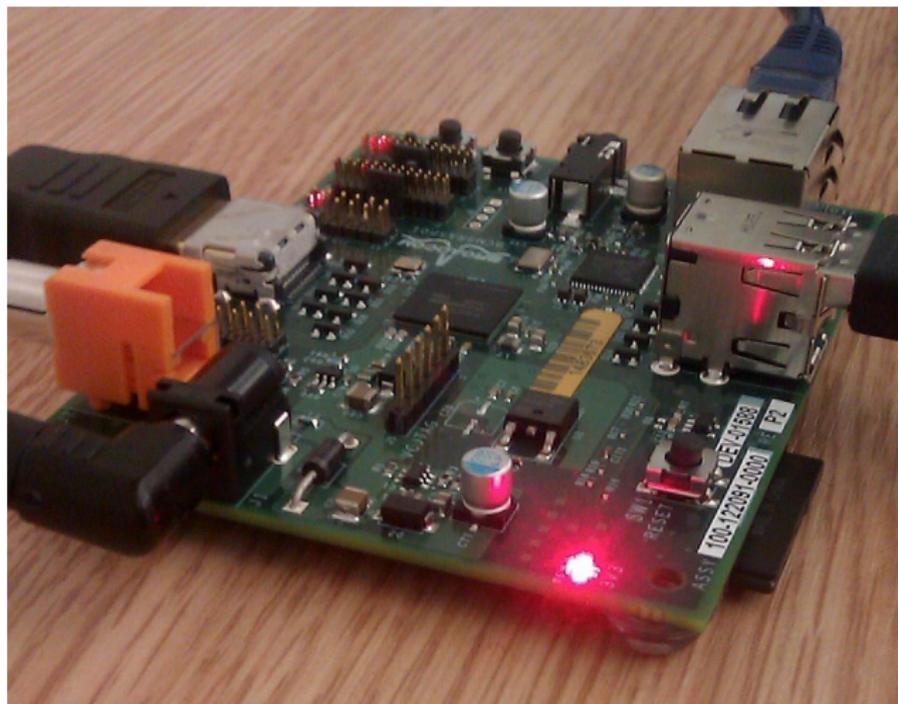
Un ordinateur c'est...

ce qui affiche cette présentation

Un ordinateur c'est aussi...  
plus petit (mini-PC) :



Un ordinateur c'est aussi...  
vraiment tout petit (Raspberry Pi) :



Un ordinateur c'est aussi...  
très gros (IBM Blue Gene/P) :



Un ordinateur c'est aussi...

mon téléphone  
et le vôtre aussi

Un ordinateur c'est aussi...



© ChtiTux, CC-BY-SA-2.0, tiré de Wikimedia Commons

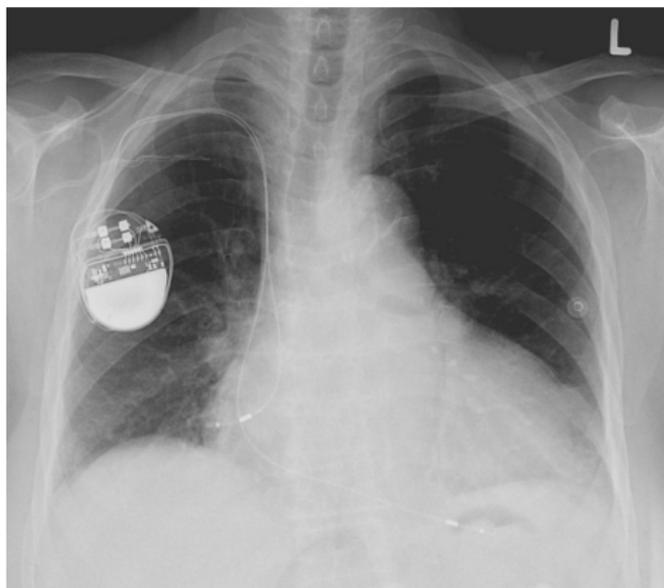
Un ordinateur c'est aussi...



© Jon 'ShakataGaNai' Davis, CC-BY-SA-3.0, tiré de Wikimedia Commons

Mais encore...

Ceci n'est pas un frigo :



© Lucien Monfils, CC-BY-SA-3.0, tiré de Wikimedia Commons

voir l'histoire de Karen Sandler

[http://www.framablog.org/index.php/post/2012/11/26/  
un-coeur-gros-comme-ca](http://www.framablog.org/index.php/post/2012/11/26/un-coeur-gros-comme-ca)

Parle-t-on vraiment de la même  
chose ?

Parle-t-on vraiment de la même  
chose ?

un peu d'histoire s'impose

Un ordinateur c'était...

ZX Spectrum



domaine public, tiré de Wikimedia Commons

Un ordinateur c'était...

Apple II



© Rama, CeCILL, tiré de Wikimedia Commons

## Le premier ordinateur (?)

EDVAC (1949–1961) : électronique, binaire et programmable.

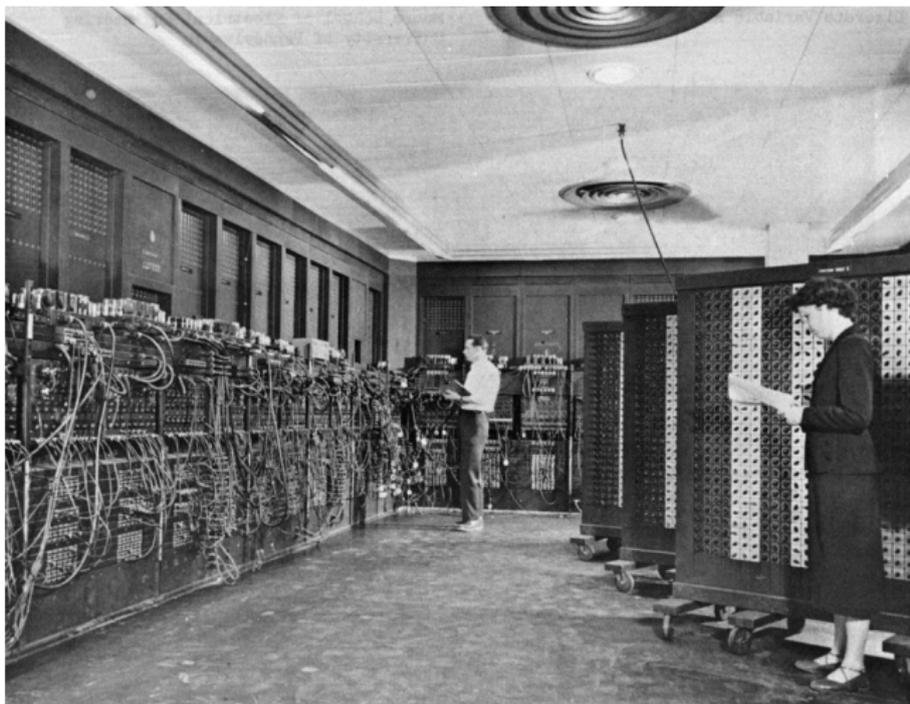


Sur la photo : John von Neumann et Robert Oppenheimer

domaine public, tiré de Wikimedia Commons

## Le premier ordinateur (?)

ENIAC (1946–1955) : électronique, décimal et  
« reconfigurable ».



## Tentative de définition

Un ordinateur, c'est une machine  
qu'on peut programmer.

## Questions

Qu'est-ce que « programmer » ?

# Questions

Qu'est-ce que « programmer » ?

un exemple...

## Questions

Et qu'est-ce qu'une « machine » ?

## Questions

Et qu'est-ce qu'une « machine » ?

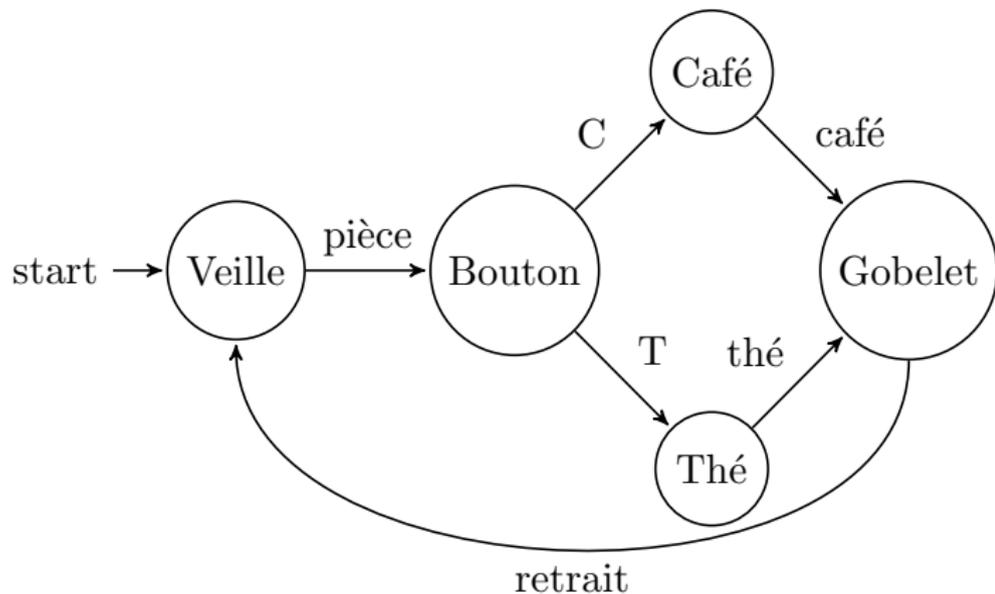
Une machine fonctionne de manière automatique.

# Automates

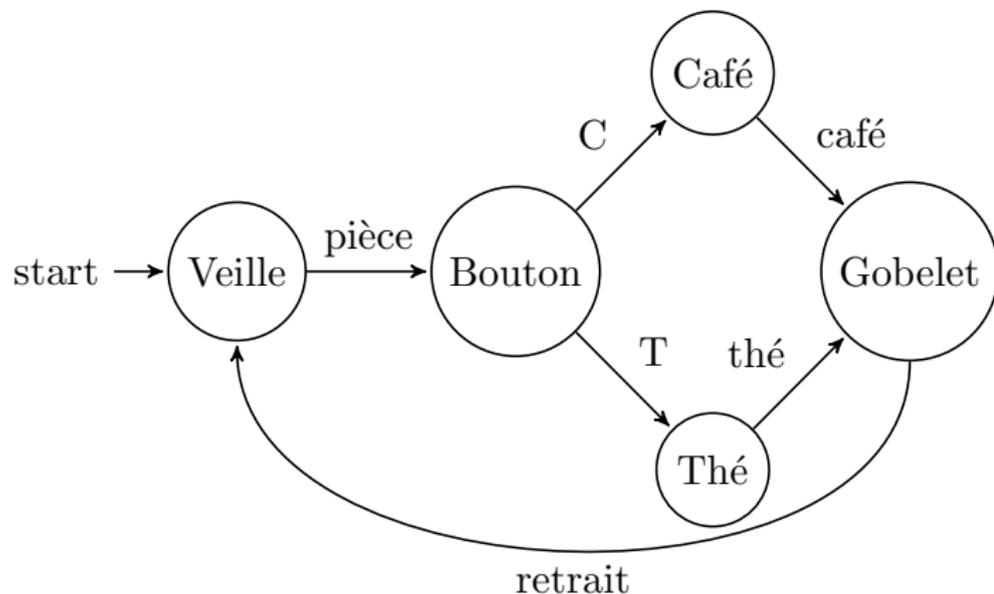


domaine public, tiré de Wikimedia Commons

# Automates

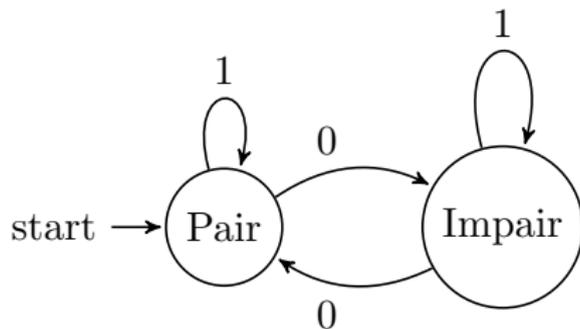


# Automates



- ▶ un ensemble fini d'états
- ▶ des transitions guidées par la donnée à traiter

# Automates



## Exemple

il y a un nombre impair de 0 dans 1011010

# Un ordinateur n'est pas une machine à café!

- ▶ entrées
- ▶ sorties
- ▶ mémoire

# Un ordinateur n'est pas une machine à café!

- ▶ entrées
- ▶ sorties
- ▶ mémoire

# Machines de Turing



Alan Turing (1912–1954)

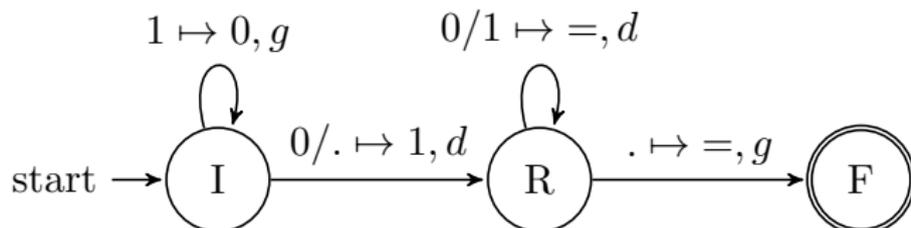
domaine public, tiré de Wikimedia Commons

# Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.

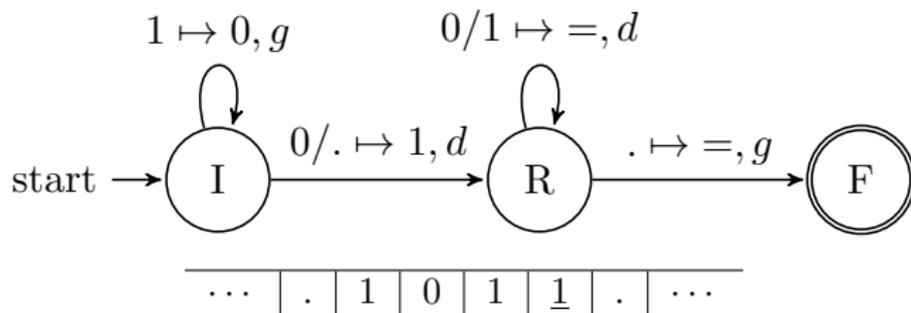
# Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



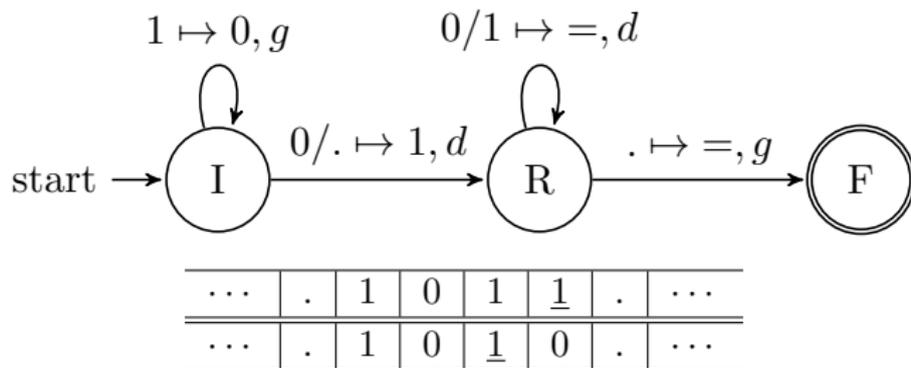
# Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



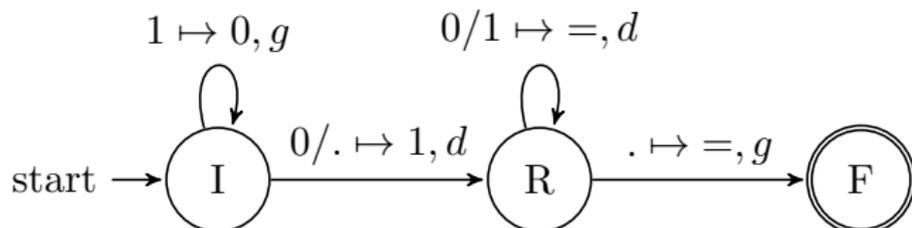
# Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



# Machines de Turing

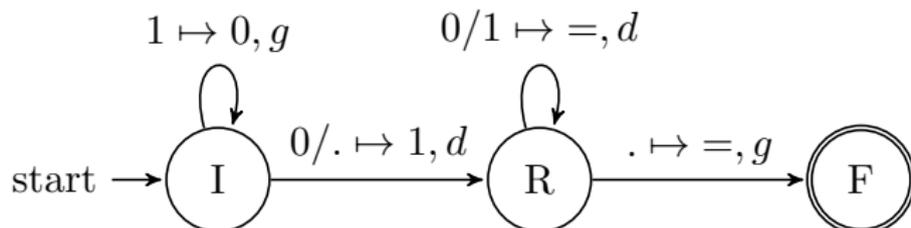
On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



...	.	1	0	1	<u>1</u>	.	...
...	.	1	0	<u>1</u>	0	.	...
...	.	1	<u>0</u>	0	0	.	...

# Machines de Turing

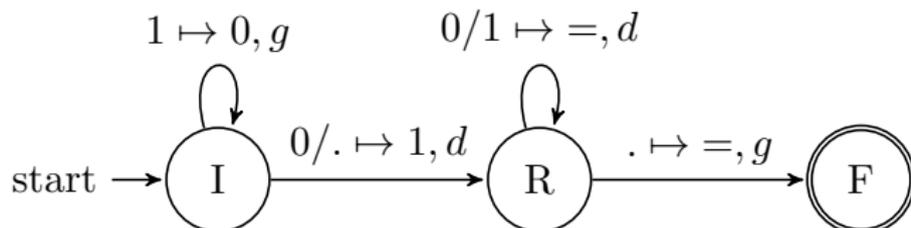
On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



...	.	1	0	1	<u>1</u>	.	...
...	.	1	0	<u>1</u>	0	.	...
...	.	1	<u>0</u>	0	0	.	...
...	.	1	1	<u>0</u>	0	.	...

# Machines de Turing

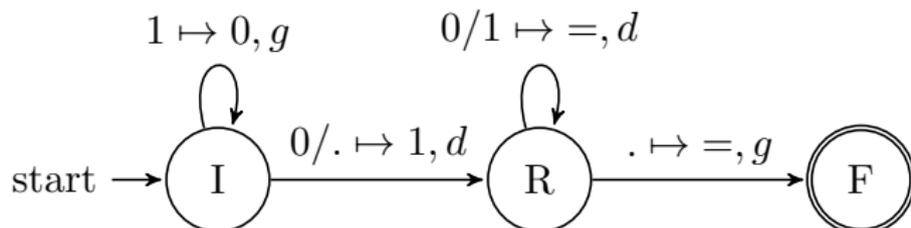
On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



...	.	1	0	1	<u>1</u>	.	...
...	.	1	0	<u>1</u>	0	.	...
...	.	1	<u>0</u>	0	0	.	...
...	.	1	1	<u>0</u>	0	.	...
...	.	1	1	0	<u>0</u>	.	...

# Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



...	.	1	0	1	<u>1</u>	.	...
...	.	1	0	<u>1</u>	0	.	...
...	.	1	<u>0</u>	0	0	.	...
...	.	1	1	<u>0</u>	0	.	...
...	.	1	1	0	<u>0</u>	.	...
...	.	1	1	0	0	<u>.</u>	...

## Pourquoi seulement des 0 et des 1 ?

On pourrait travailler avec un ensemble de symboles quelconque :

- ▶ les chiffres décimaux (ENIAC) : 0, 1, ... 9 ;
- ▶ tous les caractères disponibles sur un clavier ;
- ▶ un seul symbole (trou sur une carte) ;
- ▶ ...

## Pourquoi seulement des 0 et des 1 ?

On pourrait travailler avec un ensemble de symboles quelconque :

- ▶ les chiffres décimaux (ENIAC) : 0, 1, ... 9 ;
- ▶ tous les caractères disponibles sur un clavier ;
- ▶ un seul symbole (trou sur une carte) ;
- ▶ ...

Est-ce que ça change quelque chose ?

## Pourquoi seulement des 0 et des 1 ?

On pourrait travailler avec un ensemble de symboles quelconque :

- ▶ les chiffres décimaux (ENIAC) : 0, 1, ... 9 ;
- ▶ tous les caractères disponibles sur un clavier ;
- ▶ un seul symbole (trou sur une carte) ;
- ▶ ...

Est-ce que ça change quelque chose ?

Pas vraiment : on peut tout coder en binaire.

### Exemple

0  $\mapsto$  0000, 1  $\mapsto$  0001, 2  $\mapsto$  0010, 3  $\mapsto$  0011, 4  $\mapsto$  0100, 5  $\mapsto$  0101,  
6  $\mapsto$  0110, 7  $\mapsto$  0111, 8  $\mapsto$  1000, 9  $\mapsto$  1001.

## Pourquoi seulement des 0 et des 1 ?

On pourrait travailler avec un ensemble de symboles quelconque :

- ▶ les chiffres décimaux (ENIAC) : 0, 1, ... 9 ;
- ▶ tous les caractères disponibles sur un clavier ;
- ▶ un seul symbole (trou sur une carte) ;
- ▶ ...

Est-ce que ça change quelque chose ?

Pas vraiment : on peut tout coder en binaire.

### Exemple

0  $\mapsto$  0000, 1  $\mapsto$  0001, 2  $\mapsto$  0010, 3  $\mapsto$  0011, 4  $\mapsto$  0100, 5  $\mapsto$  0101,  
6  $\mapsto$  0110, 7  $\mapsto$  0111, 8  $\mapsto$  1000, 9  $\mapsto$  1001.

*mais ça va moins vite...*

Pourquoi seulement un ruban ?

On pourrait travailler sur plusieurs rubans simultanément.

## Pourquoi seulement un ruban ?

On pourrait travailler sur plusieurs rubans simultanément.

Est-ce que ça change quelque chose ?

## Pourquoi seulement un ruban ?

On pourrait travailler sur plusieurs rubans simultanément.

Est-ce que ça change quelque chose ?

Pas vraiment : ça revient à changer les symboles.

...	.	1	<u>0</u>	0	.	.	...
...	.	.	0	1	.	.	...
...	.	.	0	<u>0</u>	0	.	...
...	.	1	<u>0</u>	.	0	.	...

↦

...	.	1	<u>0</u>	0	.	.	...
...	.	.	0	1	.	.	...
...	.	.	0	<u>0</u>	0	.	...
...	.	1	<u>0</u>	.	0	.	...

## Pourquoi seulement un ruban ?

On pourrait travailler sur plusieurs rubans simultanément.

Est-ce que ça change quelque chose ?

Pas vraiment : ça revient à changer les symboles.

...	.	1	<u>0</u>	0	.	.	...
...	.	.	0	1	.	.	...
...	.	.	0	<u>0</u>	0	.	...
...	.	1	<u>0</u>	.	0	.	...

 $\mapsto$ 

...	.	1	<u>0</u>	0	.	.	...
...	.	.	0	1	.	.	...
...	.	.	0	<u>0</u>	0	.	...
...	.	1	<u>0</u>	.	0	.	...

*mais ça va beaucoup moins vite...*

## Plus généralement

On peut trouver énormément de variantes des machines de Turing...

## Plus généralement

On peut trouver énormément de variantes des machines de Turing. . . mais on peut chaque fois se ramener au cas binaire sur un ruban.

## Plus généralement

On peut trouver énormément de variantes des machines de Turing. . . mais on peut chaque fois se ramener au cas binaire sur un ruban.

On y reviendra.

# Que peut-on calculer avec une machine de Turing ?

## Définition

On dit que la fonction  $f$  est calculée par une machine de Turing si :

- ▶ on écrit les nombres  $n_1, \dots, n_k$  en binaire sur  $k$  rubans ;
- ▶ on fait tourner la machine ;
- ▶  $f(n_1, \dots, n_k)$  est écrit en binaire sur le dernier ruban.

## Théorème

*Les opérations usuelles sont calculables : somme, multiplication, puissance, etc.*

# Que peut-on calculer avec une machine de Turing ?

## Définition

On dit que la fonction  $f$  est calculée par une machine de Turing si :

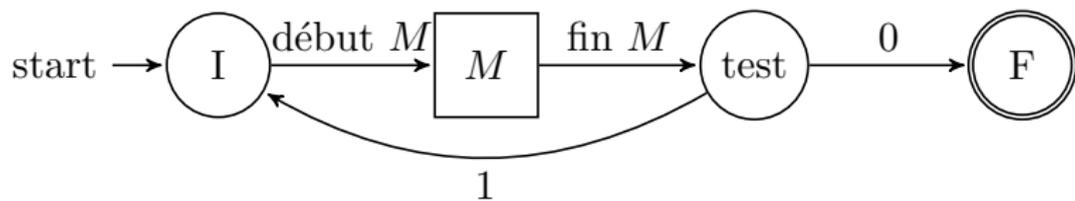
- ▶ on écrit les nombres  $n_1, \dots, n_k$  en binaire sur  $k$  rubans ;
- ▶ on fait tourner la machine ;
- ▶  $f(n_1, \dots, n_k)$  est écrit en binaire sur le dernier ruban.

## Théorème

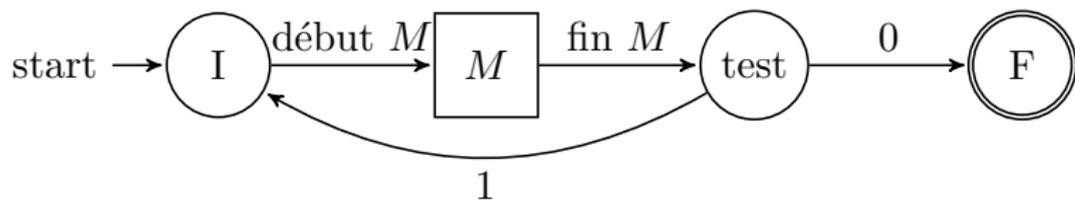
*Les opérations usuelles sont calculables : somme, multiplication, puissance, etc.*

Mais un ordinateur n'est pas qu'une calculette !

# Boucles



# Boucles



C'est la « boucle » **tant que**.

# Machine universelle

On peut décrire une machine de Turing sur un ruban utilisant les symboles :

$$( ) , 0 1 / \mapsto$$

## Théorème

*Il existe une machine de Turing  $U$  qui calcule la fonction*

code de la machine  $M \mapsto$  résultat de l'exécution de la machine  $M$

Cette machine  $U$  **simule**  $M$  en suivant sa description.

# Machine universelle

On peut décrire une machine de Turing sur un ruban utilisant les symboles :

$$( ) , 0 1 / \mapsto$$

## Théorème

*Il existe une machine de Turing  $U$  qui calcule la fonction*

code de la machine  $M \mapsto$  résultat de l'exécution de la machine  $M$

Cette machine  $U$  **simule**  $M$  en suivant sa description.

En d'autres mots :  **$U$  exécute le programme  $M$ .**

Qu'est-ce qu'un ordinateur ?

Un ordinateur, c'est une machine  
qu'on peut programmer.

Qu'est-ce qu'un ordinateur ?

Un ordinateur, c'est une machine  
qu'on peut programmer.

Un ordinateur, c'est une machine de  
Turing universelle.

Qu'est-ce qu'un ordinateur ?

Un ordinateur, c'est une machine  
qu'on peut programmer.

Un ordinateur, c'est une machine de  
Turing universelle.

*ou quelque chose qui y ressemble*

## D'autres modèles de calcul

Non seulement il y a toute une variété de machines de Turing, mais il y a d'autres modèles de calcul :

- ▶ machines RAM (modèle de nos ordinateurs, Von Neumann)
- ▶ le  $\lambda$ -calcul (Alonzo Church)
- ▶ tous les langages de programmation
- ▶ les automates cellulaires (ex. : jeu de la vie de Conway)
- ▶ ...

## D'autres modèles de calcul

Non seulement il y a toute une variété de machines de Turing, mais il y a d'autres modèles de calcul :

- ▶ machines RAM (modèle de nos ordinateurs, Von Neumann)
- ▶ le  $\lambda$ -calcul (Alonzo Church)
- ▶ tous les langages de programmation
- ▶ les automates cellulaires (ex. : jeu de la vie de Conway)
- ▶ ...

Ces modèles décrivent la même notion de calcul !

## D'autres modèles de calcul

Non seulement il y a toute une variété de machines de Turing, mais il y a d'autres modèles de calcul :

- ▶ machines RAM (modèle de nos ordinateurs, Von Neumann)
- ▶ le  $\lambda$ -calcul (Alonzo Church)
- ▶ tous les langages de programmation
- ▶ les automates cellulaires (ex. : jeu de la vie de Conway)
- ▶ ...

Ces modèles décrivent la même notion de calcul !

Dans chacun de ces modèles il y a un programme universel !

## D'autres modèles de calcul

Non seulement il y a toute une variété de machines de Turing, mais il y a d'autres modèles de calcul :

- ▶ machines RAM (modèle de nos ordinateurs, Von Neumann)
- ▶ le  $\lambda$ -calcul (Alonzo Church)
- ▶ tous les langages de programmation
- ▶ les automates cellulaires (ex. : jeu de la vie de Conway)
- ▶ ...

Ces modèles décrivent la même notion de calcul !

Dans chacun de ces modèles il y a un programme universel !

*et un programme universel peut en simuler un autre...*

## Thèse de Church

« C'est la seule bonne notion de calcul. »



Alonzo Church (1903–1995)

I am a Mac / I am a PC...



I am a Mac / I am a PC...



... je suis un téléphone mobile

I am a Mac / I am a PC...



... je suis un téléphone mobile

... je suis un réfrigérateur très haut de gamme

I am a Mac / I am a PC...



- ... je suis un téléphone mobile
- ... je suis un réfrigérateur très haut de gamme
- ... je suis une machine universelle!